



**AALBORG UNIVERSITY**  
DENMARK

**Aalborg Universitet**

## **Rammehjørner i armerede betonkonstruktioner**

Heshe, Gert

*Publication date:*  
1985

*Document Version*  
Tidlig version også kaldet pre-print

[Link to publication from Aalborg University](#)

*Citation for published version (APA):*

Heshe, G. (1985). *Rammehjørner i armerede betonkonstruktioner*. Institut for Bygningsteknik, Aalborg Universitet. U/ Bind U8512

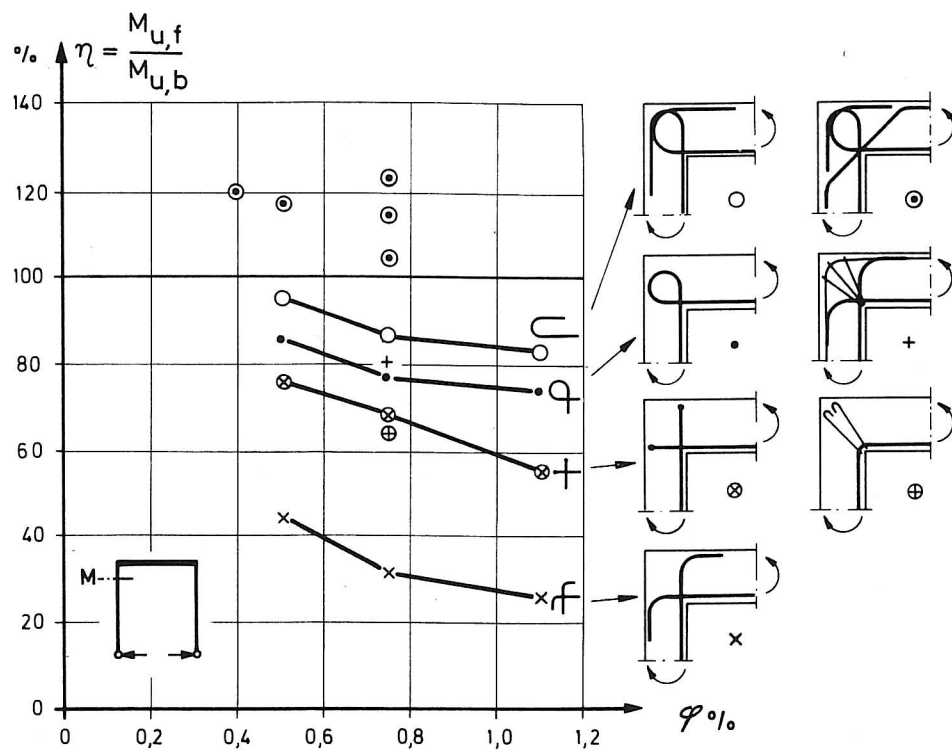
### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

### **Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at [vbn@aub.aau.dk](mailto:vbn@aub.aau.dk) providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.



## INDHOLDSFORTEGNELSE

0.	Indledning	1
1.	Rammehjørne påvirket af et negativt moment	2
2.	Rammehjørne påvirket af et positivt moment	6

# RAMMEHJØRNER I ARMEREDE BETONKONSTRUKTIONER

## 0. Indledning

Medens spændingsforløbet i en jernbetonrammes ben og rigel uden for ramnehjørnet kan beskrives med ret stor nøjagtighed, bliver dette en langt vanskeligere opgave, når man kommer ind i selve ramnehjørnet. Særlig vanskelig bliver det, når ramnehjørnet påvirkes af så store momenter, at betonens trækstyrke overskrides med revnedannelse i betonen til følge.

En ide om spændingsforløbet i et ramnehjørne påvirket af et bøjende moment kan fås ved at beregne spændingsforløbet i snit i et ramnehjørne, f. eks. ved hjælp af spændingsoptiske forsøg eller ved brug af elementmetoden på et isotropt, homogent og elastisk materiale.

Betragtes først et ramnehjørne med krumme begrænsningslinier, som vist i fig. 1, kan nedenstående udtryk for normalspændingen  $\sigma_x$  i snit I-I, der er vinkelhalveringslinien i ramnehjørnet, findes ved anvendelsen af elasticitetsteorien, se [3].

I det følgende regnes trækspændinger positive, og momenter regnes positive, når de giver trykspændinger i ramnehjørnets yderside.

$$\sigma_x = \frac{M \cdot y}{b \cdot h \cdot e (r_o - y)}$$

$$\text{hvor } r_o = \frac{h}{\frac{r_y}{l_n} + \frac{r_i}{r_i}}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x^y \\ \sigma_x^i \end{Bmatrix} = \frac{M}{b \cdot h \cdot e} \begin{Bmatrix} \frac{r_o - r_i - h}{h + r_i} \\ \frac{r_o - r_i}{r_i} \end{Bmatrix}$$

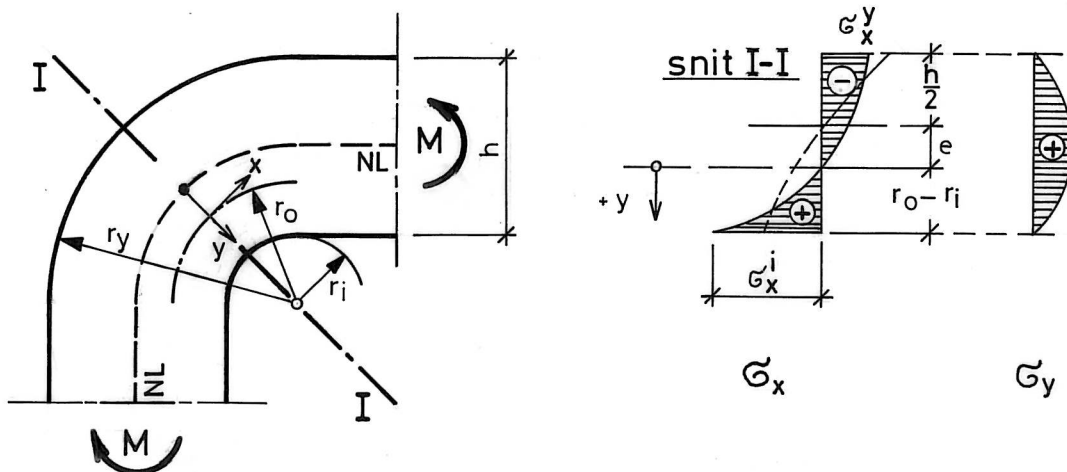


Fig. 1 Spændingsforløb i ramnehjørne med krumme begrænsninger (efter [5])

Hvis ramnehjørnet påvirkes af et moment med modsat fortegn, skifter spændingerne fortegn.

Det ses, at spændingen ikke varierer retlinet over tværsnittet, samt at jo "skarpere" det indvendige hjørne er, des større bliver spændingerne i hjørnets indvendige side. Den numeriske værdi af normalspændingen vokser mod uendelig, når  $r_i$  går mod nul.

I fig. 2 er spændingsforløbet i 2 diagonalsnit i et ramme-hjørne vist for påvirkningen af et positivt moment. Spændingsforløbet er beregnet af I. H. E. Nielsson, se [5].

Trækspændingerne  $\sigma_y$  i diagonalsnittet vist i fig. 2c er så store, at de ikke kan optages af betonen alene, og vil ofte føre til afskalning af det udvendige ramme-hjørne. Selv med indlagt armering viser forsøg ofte denne brudform.

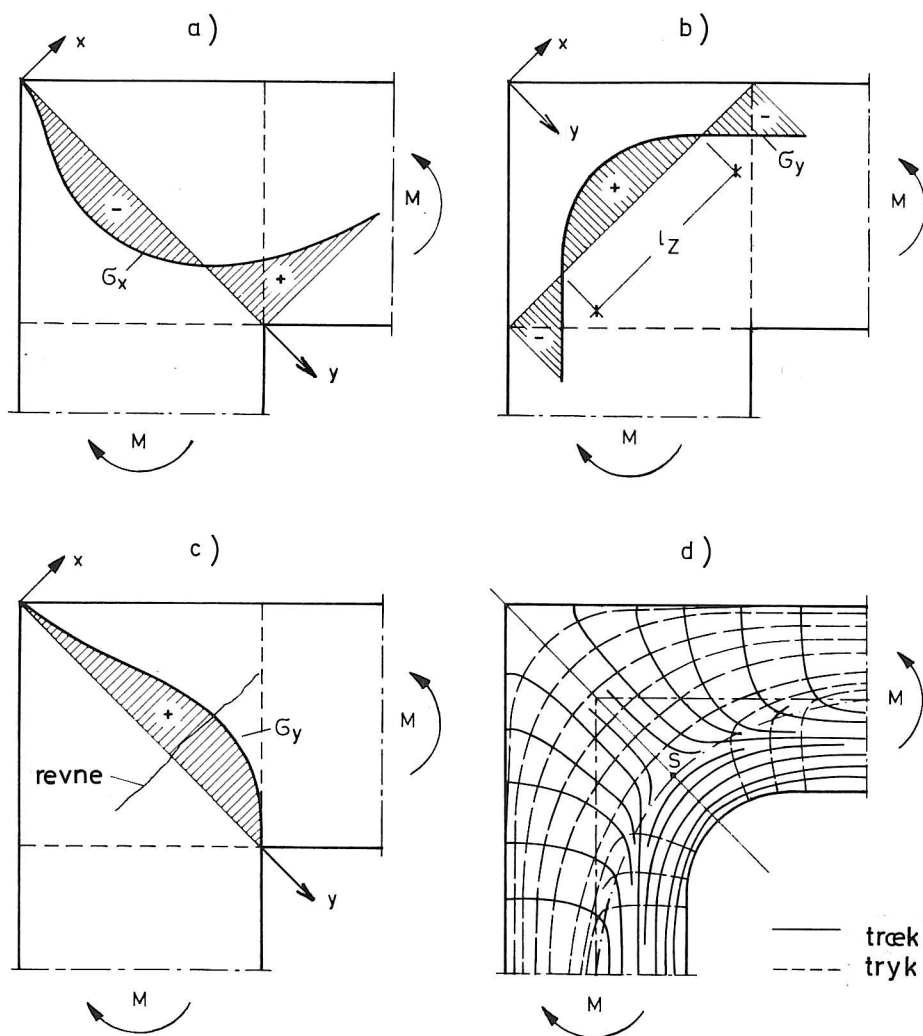


Fig. 2 Spændingsfordeling og hovedspændingstrajektorier for et retvinklet hjørne påvirket af et pos. moment efter [1]

### 1. Rammehjørne påvirket af et negativt moment

Teoretisk vil betonspændingerne i det indvendige ramme-hjørne blive uendelig store, men takket være betonens evne til at optage plastiske deformationer og dermed følgende spændings-

omlejringer, vil der ikke opstå brud som følge af knusning af betonen i det indvendige rammehjørne, hvis de tilstødende bjælker er dimensioneret korrekt for det i hjørnet forekommende moment.

Ved små bjælkebredder med store armeringsprocenter  $\phi \geq 0,7\%$ , anbefales det dog at udføre det indvendige rammehjørne med voute, som vist i fig. 5.

I træksiden bestemmes armeringen som den armering, der er nødvendig i de tilstødende bjælker umiddelbart uden for rammehjørnet, og denne føres rundt langs rammehjørnets yderside. Armeringen bør føres således, at den indre momentarm  $h_{int}$  overalt i rammehjørnet  $\geq h_{int}$  i de tilstødende bjælker.

Hvis armeringens krumningsradius bliver for lille, kan der for de store armeringsdiametre opstå spaltebrud inde i rammehjørnet, idet armeringen ved retningsændringen udøver et stort tryk  $p_u$  på betonen, som vist i fig. 3.

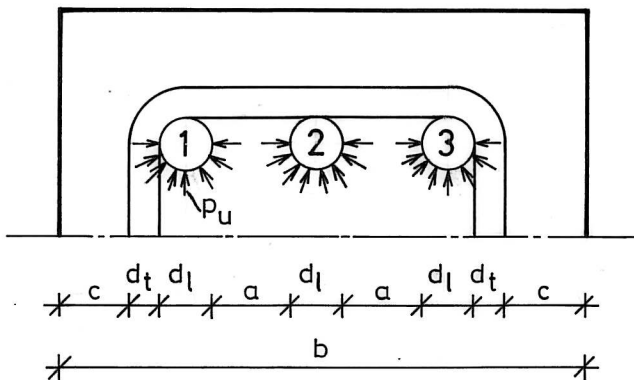


Fig. 3 Armeringens placering i rammehjørnets yderside

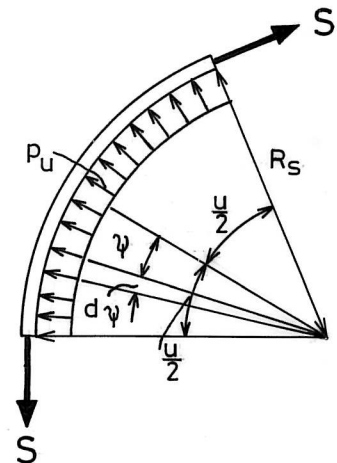


Fig. 4 Udsnit af armeringsføringen i rammehjørnet

Ifølge DS 411 (V6.2.4) kan der ses bort fra spaltefaren, når det koncentrerede tryk mellem armering og beton er mindre end  $c \cdot f_{cd}$ , hvor

$$c = 0,2 + 0,8 \cdot \sqrt{\frac{A}{A_1}} \quad (1.1)$$

I dette tilfælde betragtes en længdeenhed målt langs den krumme armeringsstang i rammehjørnet. D.v.s.

$$A_1 = d_1 \cdot l \quad (1.2)$$

$$A = \min \begin{cases} 2(\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}d_1) \cdot l = a + d_1 & \text{arm.stang mrk. 1} \\ 2(c + d_t + \frac{1}{2}d_1) \cdot l = 2(c + d_t) + d_1 & - - - 1 \\ 2 \cdot \frac{1}{2}a + d_1 = a + d_1 & - - - 2 \end{cases} \quad (1.3)$$

Projiceres de i fig. 4 viste påvirkninger på armeringsstangen på vinkelhalveringslinien, fås

$$2 S \sin \frac{u}{2} = 2 \int_0^{\frac{u}{2}} p_u R_s d\psi d_1 \cos \psi = 2 p_u R_s d_1 \sin \frac{u}{2}$$

$$p_u = \frac{S}{d_1 R_s} = \frac{\frac{\pi}{4} d_1^2 f_{yd,1}}{d_1 R_s} = 0,79 \frac{d_1}{R_s} f_{yd,1} \quad (1.4)$$

$p_u$  skal opfylde kravet

$$p_u \leq c f_{cd} \quad (1.5)$$

$$\text{af (1.4) og (1.5) fås } R_s \geq \frac{0,79}{c} \frac{f_{yd,1}}{f_{cd}} d_1 \quad (1.6)$$

Er der f. eks. i en rammekonstruktion benyttet en beton med  $f_{cd} = 13,9 \text{ N/mm}^2$  og en armering med  $f_{yd,1} = 300 \text{ N/mm}^2$  samt, se fig. 3,  $c = 25 \text{ mm}$ ,  $d_t = 8 \text{ mm}$ ,  $d_1 = 16 \text{ mm}$ ,  $a = 32 \text{ mm}$ , fås

$$A_1 = 16 \cdot 1 = 16 \text{ mm}^2$$

$$A = \min. \begin{cases} (32+16) \cdot 1 & = 48 \text{ mm}^2 \\ (2(25+8)+16) \cdot 1 & = 82 \text{ mm}^2 \\ (32+16) \cdot 1 & = 48 \text{ mm}^2 \end{cases}$$

$$c = 0,2 + 0,8 \sqrt{\frac{48}{16}} = 1,59$$

$$\text{af (1.6) fås } R_s \geq \frac{0,79}{1,59} \cdot \frac{300}{13,9} \cdot 16 = 172 \text{ mm}$$

Hvis  $R_s$  af konstruktive grunde må vælges mindre, end (1.6) giver, er det nødvendigt at indlægge en spaltearmering. Se herom f. eks. i [2]. Eksempel på spaltearmering er vist i fig. 5.

I flerfagsrammer har man, der hvor søjler og bjælker krydser hinanden, de samme problemer som ovenfor. Man kan her skelne mellem rammer, hvor momenterne i søjlerne er relativt små eller store. Hvis forankringslængden for trækarmingen i rammebenet er mindre end bjælkehøjden, føres armeringen blot op i bjælken som vist i fig. 6. Armeringen føres derved gennem bjælkens trykzone, hvor der er gode forankringsforhold.

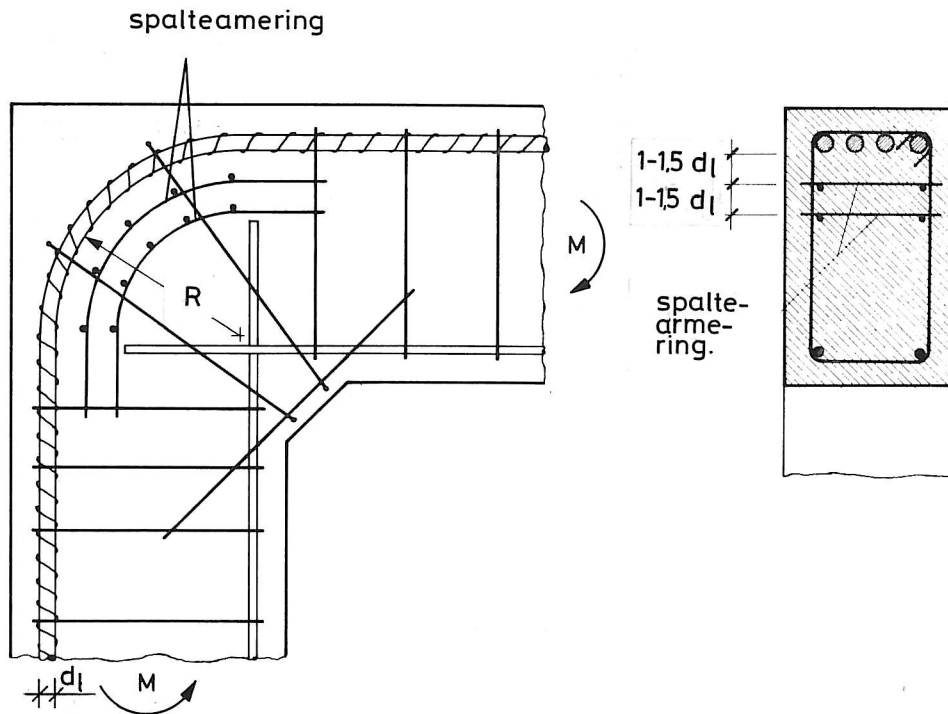


Fig. 5 Armering af ramnehjørne, hvor spaltearmering er nødvendig

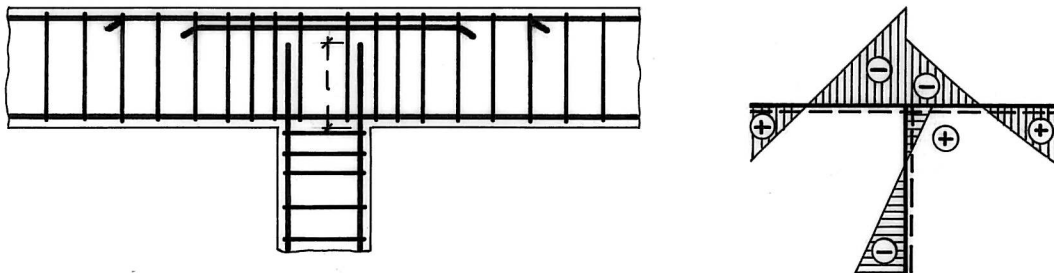


Fig. 6 Ramnehjørne i flerfagsramme med relativt lille moment i rammeben

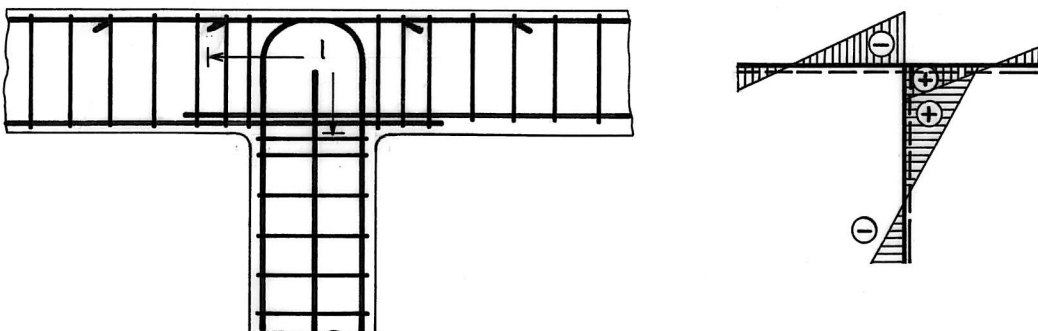


Fig. 7 Ramnehjørne i flerfagsramme med relativt stort moment i rammeben



Er forankringslængden større end bjælkehøjden, må armeringen bukes rundt og forankres i bjælkens overside. Da forankringen her overalt foregår i en trækzone, er det væsentligt, at der anbringes bøjler svarende til DS 411's regler om bøjler i forankringszonen. Der må i sådanne tilfælde udvises stor omhyggelighed ved udstøbningen af betonen, da den vanskeliggøres på grund af den store armeringskoncentration omkring rammehjørnet.

## 2. Rammehjørne påvirket af et positivt moment

Medens rammehjørner påvirket af negative momenter sjældent har voldt besvær i praksis, er det en langt vanskeligere opgave at konstruere et rammehjørne, der skal optage et positivt moment. Såvel kraftretningsændringen i armeringen i rammehjørnets inderside som kraftretningsændringen i betonen i rammehjørnets yderside kan kun gennemføres tilfredsstillende med en speciel armeringsføring.

Et armeringsarrangement som vist i fig. 8a vil kunne optage et positivt moment, der er betydelig mindre end det moment, der kan optages i de tilstødende bjælker.

Der vil for selv små momenter hurtigt opstå revner i vinkelhalveringsliniens retning, og armeringen vil blive revet ud af betonen med udtrykning af betonen i det indvendige hjørne. Dette er vist overdrevet i fig. 8b. En konstruktionsudformning som vist i fig. 8a er næppe heller udført i praksis.

En forbedret udformning er vist i fig. 8c, idet der her er indlagt bøjler til overførelse af den resulterende kraft i trækarmeringen til trykzonen i rammehjørnets yderside.

En sådan konstruktionsudformning er tidligere udført i adskillige tilfælde med forventning om, at bæreevnen for rammehjørnet ville være den samme som for de tilstødende bjælker. Dette er dog langt fra tilfældet. Forsøg har vist, at rammehjørnets bæreevne kun bliver ca. 60% af bjælketværnsnittets bæreevne.

Ved at arrangere armeringen som vist i fig. 9a vil kraftforløbet i armeringen være betydeligt forbedret i forhold til arrangementet vist i fig. 8a, men forsøg har vist, se [5], at et rammehjørne med dette armeringsarrangement kun vil kunne optage ca. 35% af bjælketværnsnittets brudmoment.

Dette skyldes en tidlig afskalning af det ydre rammehjørne, idet der for at få drejet trykspændingerne  $90^\circ$  nødvendigvis skal kunne optages trækspændinger i betonen. Da betonens trækstyrke er relativt lille, vil der hurtigt ske en afskalning af det yderste rammehjørne. Spændingsforløb og revnedannelse er antydnet i fig. 10.

En indlægning af en armering langs rammehjørnets yderside, som vist i fig. 9b, for fastholdelse af det ydre rammehjørne vil ikke gavne, da der før bruddet vil være trykspændinger i denne armering. Det vil derfor kræve konstruktionsødelæggende store revner, inden denne armering får sin tiltænkte virkning.

Armeringsarrangementet vist i fig. 9c, hvor armeringen i de enkelte rammeben bøjes 180° og føres tilbage i rammebenets modsatte side, vil derimod tjene det formål at fastholde betonen i ramnehjørnets yderside.

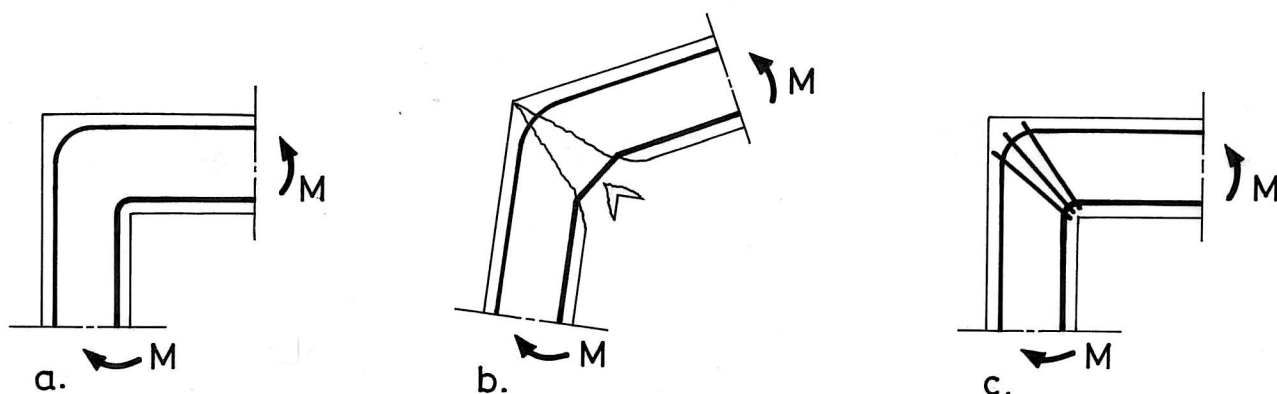


Fig. 8 Eksempler på armeringsføring

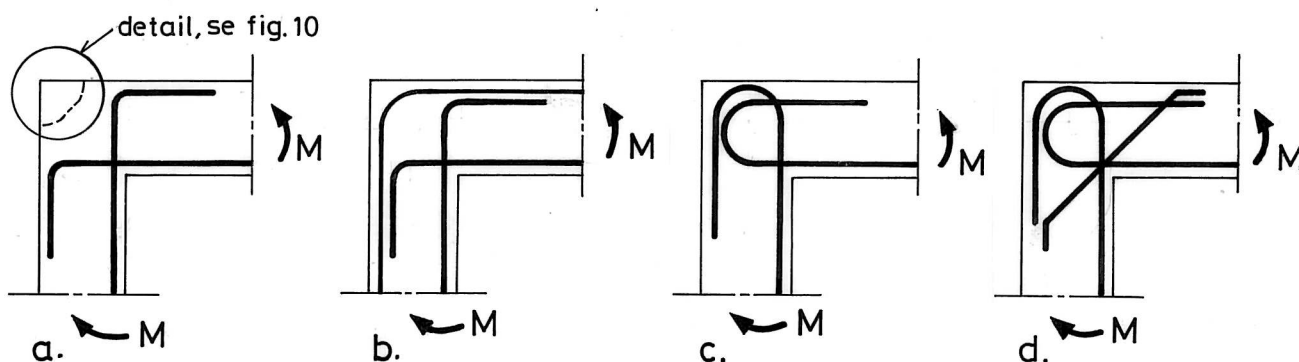


Fig. 9 Eksempler på armeringsføring

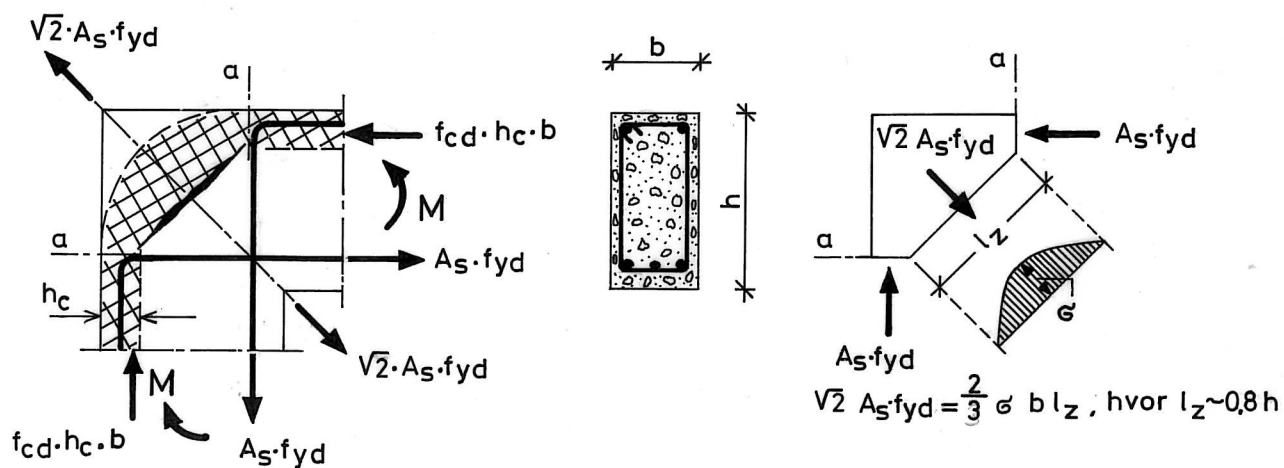


Fig. 10 Idealiseret spændingsforløb og revnedannelse i ramnehjørne påvirket af et positivt moment (efter [5] )

Forsøg udført af I. H. E. Nielsson, se [5] viser da også, at denne udførelse af et ramnehjørne giver en bæreevne, der ligger meget tæt ved den beregningsmæssige brudbæreevne. Endnu bedre bæreevne fås ved at indlægge en skrå armering i ramnehjørnets trækside, som vist i fig. 9d. I. H. E. Nielssons forsøgsresultater er vist i fig. 11. Armeringsarealet i den skrå armering er ca. 0,5 x armeringsarealet i de tilstødende bjælker. Bemærk, at forholdet mellem momenter fundet ved forsøg, og momenter fundet ved beregning i disse forsøg er optegnet som funktion af armeringsforholdet

$$\phi = A_s / (b \cdot h_{ef})$$

Senere forsøg har dog vist, at resultatet er meget afhængigt af den mekaniske armeringsgrad  $\omega = \frac{A_s \cdot f_{ym}}{b \cdot h_{ef} \cdot f_{cm}}$

I fig. 12 er vist karakteristiske revnebilleder for ramnehjørner med nogle af de i fig. 11 viste armeringsanordninger.

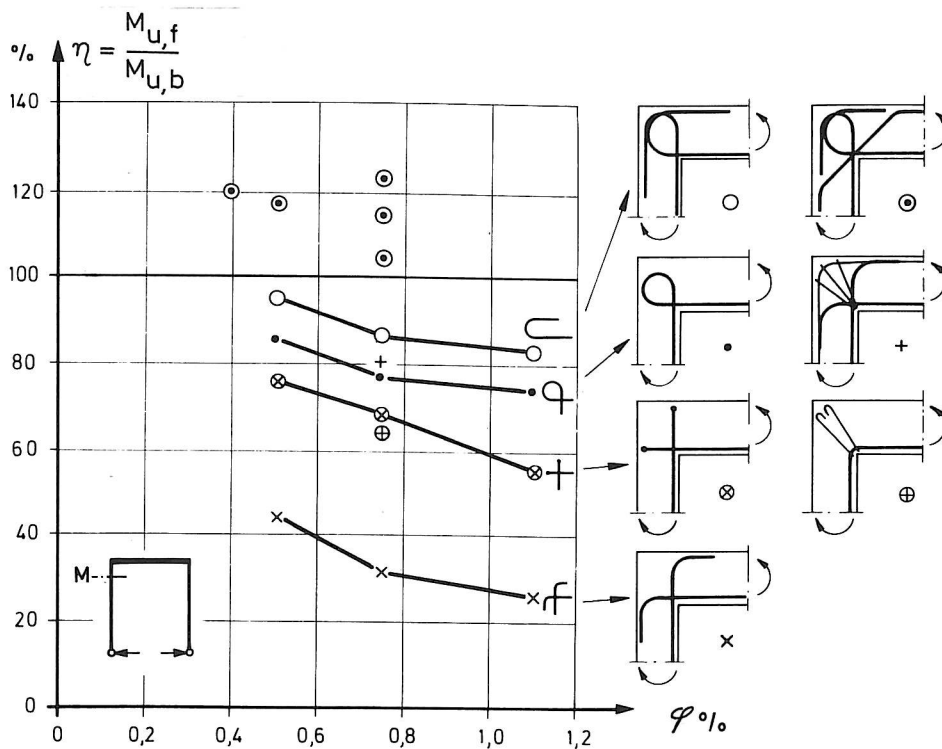


Fig. 11 Forholdet mellem brudmoment fundet ved forsøg  $M_{u,f}$  og det beregnede brudmoment  $M_{u,b}$  som funktion af armeringsforholdet  $\phi$  i % (efter [5] )

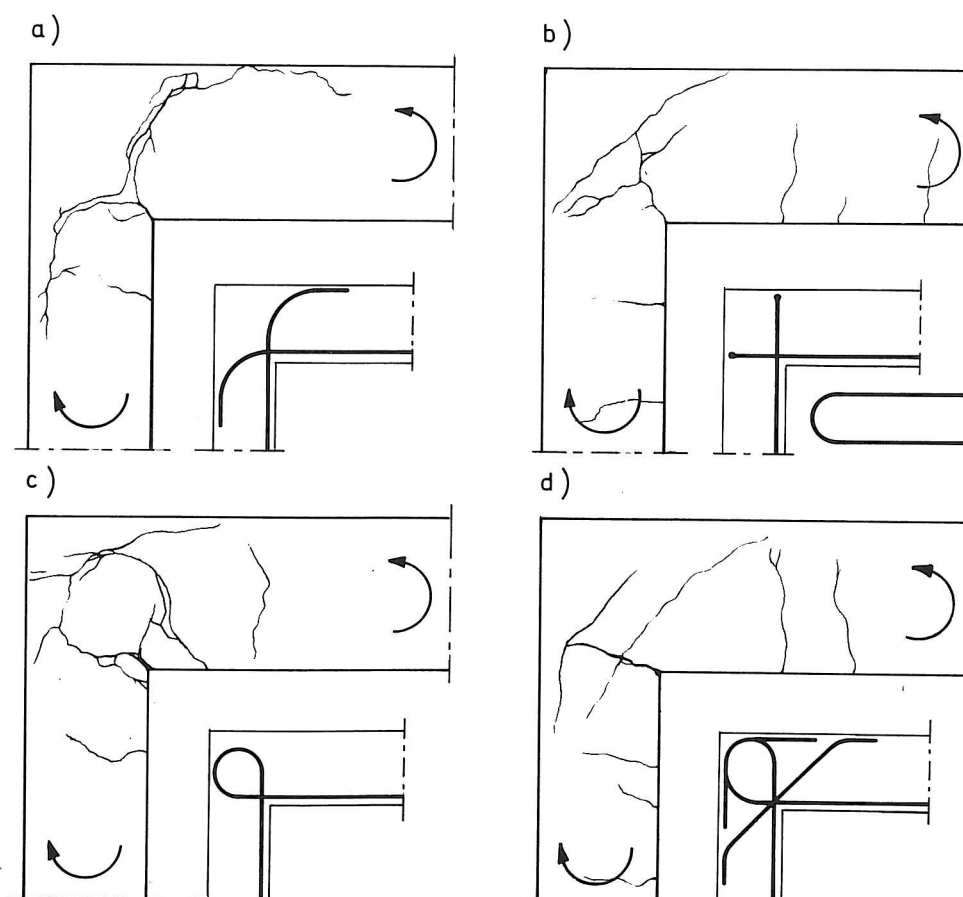


Fig. 12 Karakteristiske revnebilleder for forskellige armeringsanordninger (efter [5] )

De senest offentliggjorte forsøg er udført på Danmarks tekniske Højskole under ledelse af professor Troels Brøndum-Nielsen i årene 1977, 1980 og 1982. Disse forsøg er beskrevet i [4]. Armeringsarrangementet i de i forsøget indgående ramnehjørner er vist i fig. 13, og forsøgsresultaterne er vist i fig. 14.

Bemærk, at forholdet  $\eta$  mellem momenter fundet ved forsøg, og momenter fundet ved beregning i disse forsøg er optegnet som funktion af den mekaniske armeringsgrad

$$\omega = \frac{A_s}{b \cdot h_{ef}} \frac{f_{ym}}{f_{cm}}$$

Armeringsforholdet

$$\phi = \frac{A_s}{b \cdot h_{ef}}$$

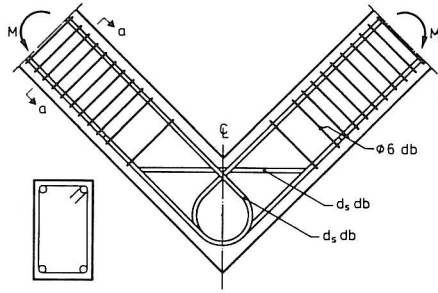
i disse forsøg er vist i tabel 1 nedenfor.

Rammehjørne nr.	$\phi = \frac{A_s}{b \cdot h_{ef}}$
7701	1,04
7702	0,66
7703	0,97
7704	0,58
8001-8005	1,07
8201-8208	ca.1,09

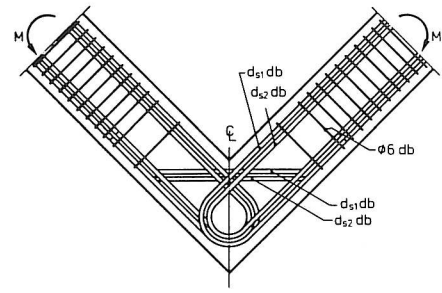
Tabel 1 - armeringsforhold for forsøg udført på DTH

At værdien for  $\eta$  ved nogle af forsøgene ligger væsentlig over 1,0 kan skyldes, at den betontrykspænding på 0,85  $f_{cm}$ , der i henhold til CEB-FIP Model Code for Concrete Structures er benyttet ved beregning af brudmomentet, sandsynligvis er for lav for korttidsforsøg, som det her drejer sig om, ligesom antagelsen, at den maksimale betontøjning er 0,35%, sandsynligvis også er for konservativ ved de anvendte lave betonstyrker. Endelig er der i beregningerne heller ikke taget hensyn til trykarmeringen og den skrå armering i rammehjørnets trækside. Arealet af den skrå armering er halvt så stort som arealet af trækarmingen i rammebenene.

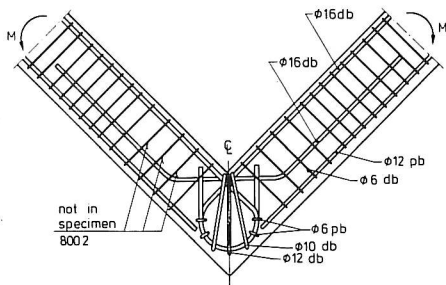
Bemærkelsesværdigt er det, at medens rammehjørner, armeret som vist i fig 13 a, for  $\omega < \omega_{ball}$  har faldende værdi af  $\eta$  for voksende værdi af  $\omega$ , har rammehjørner for  $\omega > \omega_{ball}$  armeret som vist i fig. 13c, e og f voksende værdi af  $\eta$  for voksende værdi af  $\omega$ , idet dog 8002 og 8205 falder lidt uden for denne tendens. For rammehjørner armeret som vist i fig. 13d er der en klar stigning i  $\eta$  for voksende  $\omega$  for  $\omega > \omega_{ball}$ .



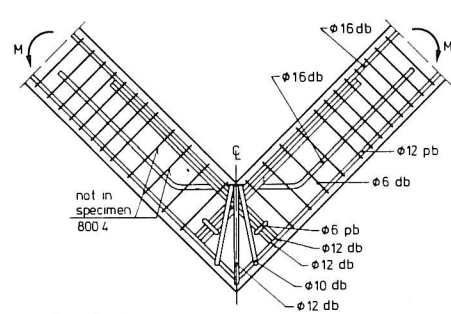
a. Rammehjørne nr.  
7701, 7702, 7704 og 8001



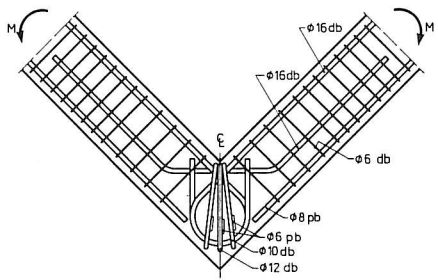
b. Rammehjørne nr. 7703



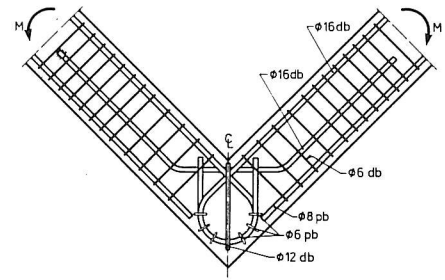
c. Rammehjørne nr.  
8002, 8003, 8201 og 8203



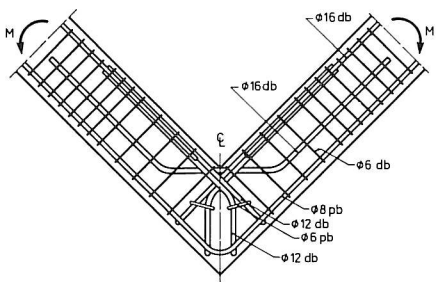
d. Rammehjørne nr.  
8004, 8005, 8202 og 8204



e. Rammehjørne nr. 8205



f. Rammehjørne nr. 8207



g. Rammehjørne nr. 8206 og 8208

db: profilerede armeringsstænger  
pb: glatte -

Fig. 13 Armeringsarrangement i rammehjørner i forsøg udført på DTH i 1977, 1980 og 1982

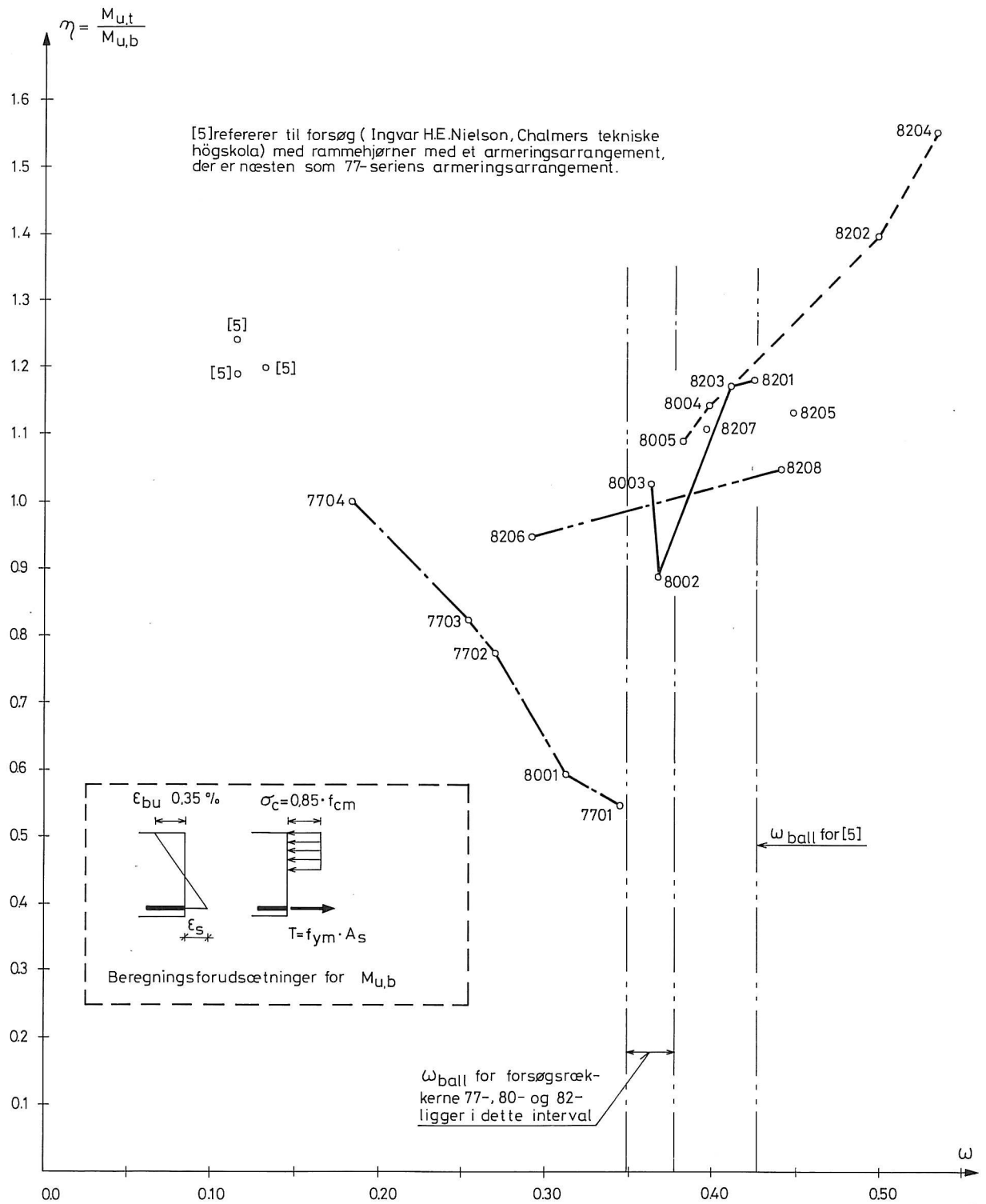


Fig. 14 Forholdet mellem  $M_{u,f}$  og  $M_{u,b}$  som funktion af den mekaniske armeringsgrad

Symboler

$A$	areal
$A_l$	kontakttrykflade mellem beton og armering
$A_s$	armeringsareal
$a$	fri afstand mellem længdearmering
$b$	tværsnittets bredde
$c$	dæklag, spændingsforøgelsesfaktor
$d_l$	længdearmerings diameter
$d_t$	tværarmerings diameter
$h$	tværsnittets højde
$h_c$	tværsnittets trykzone
$h_{ef}$	tværsnittets effektive højde (afstand fra trækarmring til trykket kant)
$h_{int}$	tværsnittets indre momentarm
$M$	bøjende moment
$M_{u,b}$	bøjningsbrudmoment, beregnet
$M_{u,f}$	bøjningsbrudmoment, fundet ved forsøg
$p_b$	glat armering
$p_d$	profileret armering
$p_u$	tryk mellem beton og armeringsstang
$r$	krumningsradius
$r_o$	$r_o = h/\ln (r_y/r_i)$
$r_i$	rammehjørnets indvendige radius
$r_y$	rammehjørnets udvendige radius
$S$	trækraft i armeringsstang
$u$	vinkel
$f_{cd}$	regningsmæssig betonspænding
$f_{cm}$	middel betontrykbrudspænding
$f_{ym}$	middel armeringstrækflydespænding

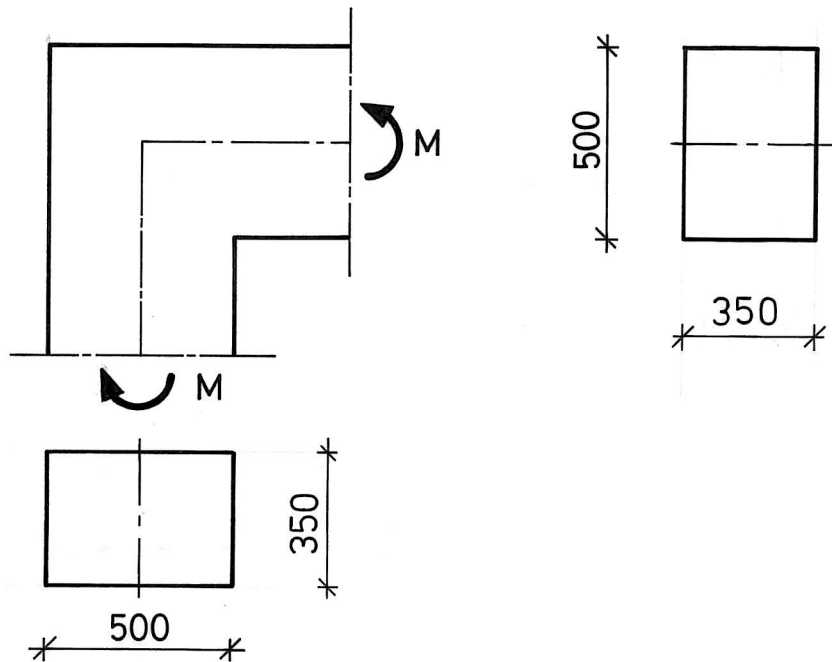


$f_{yd,l}$	regningsmæssig flydespænding for længdearmering
$\eta = \frac{M_{u,f}}{M_{u,b}}$	forhold mellem brudmomenter fundet ved forsøg og beregning
$\phi = \frac{A_s}{b \cdot h_{ef}}$	armeringsforhold
$\sigma$	normalspænding
$\sigma_{cc}$	betontrykspænding
$\sigma_{ct}$	betontrækspænding
$\psi$	vinkel
$\omega = \frac{A_s}{b \cdot h_{ef}} \cdot \frac{f_{ym}}{f_{cm}}$	mekanisk armeringsgrad
$\omega_{ball}$	mekanisk armeringsgrad svarende til balanceret tværsnit
$\epsilon_u$	betonens brudtøjning ved trykpåvirkning
$\epsilon_s$	armeringens tøjning

### Litteratur

- [1] Fritz Leonhardt: Vorlesungen über Massivbau. Dritter Teil. Springer-Verlag 1976.
- [2] Fritz Leonhardt: Vorlesungen über Massivbau. Zweiter Teil. Springer-Verlag 1975.
- [3] Kayser, H. E.: Beitrag zur Spannungsermittlung in Rahmen-eckquerschnitt. Diss. TH Darmstadt 1938.
- [4] Erit Skettrup, Jørgen Strabo, Niels Houmark Andersen and Troels Brøndum-Nielsen: Concrete frame corners. ACI Journal, Nov-Dec. 1984.
- [5] I. H. E. Nielsson: Reinforced concrete corners and joints subjected to bending moment. Design of corners and joints in frame structures. Statens Institut för Byggnadsforskning, Stockholm 1973.

## OPGAVE RAM 1.

Opgave 1

Et retvinklet rammehjørne i en jerbetonkonstruktion kan blive udsat for en momentpåvirkning med skiftende fortegn. Momenternes regningsmæssige værdier er  $M_{max} = |M_{min}| = 125 \text{ kNm}$ . Der forekommer ikke normalkræfter i rammehjørnet. Betondimensionerne i rammebenene, der støder op til rammehjørnet, er ved en overslagsberegning bestemt til  $b \times h = 350 \times 500 \text{ mm}^2$ .

For de anvendte materialer gælder følgende:

$$f_{yk} = 550 \text{ N/mm}^2, E_{sk} = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2, f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2 \text{ og } \varepsilon_u = 3,5 \text{ o/oo.}$$

Bøjledimensionen sættes til 8mm.

Desuden gælder, at miljøklassen regnes moderat, sikkerhedsklassen høj og kontrolklassen skærpet.

Partialkoefficienter:  $\gamma_c = 1,88$  og  $\gamma_s = 1,46$ .

For det beskrevne rammehjørne ønskes den nødvendige armering og de nødvendige betondimensioner bestemt. Ved en eventuel nødvendig justering af betontværsnittet skal der justeres på bredden  $b$ .

Armeringsarrangementet ønskes vist på en tegning, idet alle krav i DS411 vedrørende konstruktionsudformning skal være overholdt.